Soit A tel que $z_A = -5+2i$ dans un plan rapporté à un repère orthonormal direct.
Trouver B pour que OAB soit équilatéral.

OAB équilatéral équivaut à :

$$\begin{cases} OB = OA \\ (\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{3} [2\pi] \end{cases}$$

Ou :

$$\begin{cases} OB' = OA \\ (\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OB}') = -\frac{\pi}{3} [2\pi] \end{cases}$$

Appelons z et z' les affixes respectives de B et B'.
Le premier système devient :

$$\begin{cases} |z_B| = |z_A| \\ arg \frac{z_B}{z_A} = \frac{\pi}{3} [2\pi] \end{cases}$$

$$\begin{cases} |z_B| = |z_A| = \sqrt{29} \\ \frac{z_B}{z_A} = e^{i\frac{\pi}{3}} \end{cases}$$

Et, plus simplement : $z_B = z_A e^{i\frac{\pi}{3}}$

$$z_B = (-5+2i)(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$z_B = -\frac{5}{2} - 5\mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2} + i - \sqrt{3}$$

$$z_B = -\frac{5}{2} - \sqrt{3} + i(\frac{-5\sqrt{3}}{2} + 1)$$

La résolution du 2ème système donne quant à lui : $z_B' = z_A e^{i\frac{-\pi}{3}}$

$$z_B' = (-5+2i)(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$z_B' = -\frac{5}{2} + 5\mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2} + i + \sqrt{3}$$

$$z_B' = -\frac{5}{2} + \sqrt{3} + i(\frac{5\sqrt{3}}{2} + 1)$$