Soit A tel que $z_A=-5+2i$ dans un plan rapporté à un repère orthonormal direct.
Trouver B pour que OAB soit équilatéral.

OAB équilatéral équivaut à :

$$\begin{cases} OB=OA \\ (\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})=\frac{\pi}{3}[2\pi] \end{cases}$$

Ou :

$$\begin{cases} OB'=OA \\ (\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}')=-\frac{\pi}{3}[2\pi] \end{cases}$$

Appelons z et z' les affixes respectives de B et B'.
Le premier système devient :

$$\begin{cases} |z_B|=|z_A| \\ arg\frac{z_B}{z_A}=\frac{\pi}{3}[2\pi] \end{cases}$$

$$\begin{cases} |z_B|=|z_A|=\sqrt{29} \\ \frac{z_B}{z_A}=e^{i\frac{\pi}{3}} \end{cases}$$

Et, plus simplement : $z_B=z_A e^{i\frac{\pi}{3}}$

$$z_B=(-5+2i)(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$z_B=-\frac{5}{2}-5\mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}+i-\sqrt{3}$$

$$z_B=-\frac{5}{2}-\sqrt{3}+i(\frac{-5\sqrt{3}}{2}+1)$$

La résolution du 2ème système donne quant à lui : $z_B'=z_A e^{i\frac{-\pi}{3}}$

$$z_B'=(-5+2i)(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$z_B'=-\frac{5}{2}+5\mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}+i+\sqrt{3}$$

$$z_B'=-\frac{5}{2}+\sqrt{3}+i(\frac{5\sqrt{3}}{2}+1)$$